

文章编号: 1000-8055(2005) 01-0060-06

耦合蠕变损伤的 Chaboche 粘塑性 本构方程的应用

石多奇, 杨晓光, 王延荣

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 为了改善 Chaboche 粘塑性统一本构方程描述第三阶段蠕变的能力, 按照 Lemaitre 有效应力的概念, 采用 Kachanov 损伤演化方程, 推导了耦合各向同性损伤因子的 Chaboche 粘塑性流动方程和硬化方程。当耦合损伤时, 内变量演化方程形式不变, 并不显含损伤因子 D 。将之用于镍基高温合金 Udimet 720Li 的蠕变描述, 得到了该合金的蠕变损伤参数。通过对双轴试样的有限元计算, 发现了 Kachanov 损伤演化方程对单轴和多轴蠕变的预测并不协调。在损伤演化方程中引入多轴损伤因子得到了与实验数据基本一致的蠕变寿命结果。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机; 本构关系; 粘塑性; 损伤; 多轴蠕变

中图分类号: V 231. 9; T B125

文献标识码: A

Applied Investigation of Chaboche's Unified Visco-Plastic Constitutive Model of Coupled Creep Damage

SHI Duo-qi, YANG Xiao-guang, WANG Yan-rong

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100083, China)

Abstract: In order to improve the capability of Chaboche's unified visco-plastic model in describing the tertiary creep, with Kachanov's equation of damage evolution based on Lemaitre's effective stress being used, Chaboche's visco-plastic potential function was utilized to obtain the inelastic flow rule and hardening rule coupling to damage. It is shown that the form of the evolutionary equations of internal variables remains the same, and that the damage variable is not explicit in the equations. The modified constitutive model with damage was applied to the description of the uni-axial and bi-axial creep behaviors of a Ni-based superalloy, Udimet 720 Li, by coding the user's material subroutine, UMAT, in ABAQUS platform. The finite element analysis of cruciform specimens shows that the inconsistency between uni-axial and bi-axial creep modeling capability exists in Kachanov's damage law, especially at the time of rupture. The calculated creep behaviors match well with the experimental ones when a multi-axial damage factor is introduced into the damage

收稿日期: 2004- 01- 02; 修订日期: 2003- 04- 19

基金项目: 欧盟 FP5 框架 E3E 发动机中德 JET 项目 Disc Lifing 项目(E01100302)

作者简介: 石多奇(1975-), 男, 内蒙古临河人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院博士后, 主要从事高温结构强度、疲劳、材料力学行为研究。

evolutionary equation.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine; constitutive model; viscoplasticity; damage; multiaxial creep

航空发动机热端部件(如高压涡轮叶片、盘)的蠕变/持久损伤是导致失效的主要因素,因此高温状态恒定应力作用下构件的蠕变变形和蠕变断裂就成为这些构件的设计极限条件,在燃气涡轮发动机的设计中,考虑疲劳蠕变交互作用的同时,提供足够的蠕变/持久断裂寿命是热端部件重要的设计准则之一^[1]。因此需要准确地进行蠕变分析。在一般情况下,人们将恒定温度时受单轴恒定载荷作用下发生的蠕变变形划分为三个阶段,而蠕变第三阶段的特征是蠕变损伤迅速上升最终导致断裂,因此第三阶段是比较危险的。传统的蠕变方程,如时间硬化蠕变理论和应变硬化理论,主要用于描述恒定蠕变速率,是针对蠕变第一、二阶段进行分析。而实际中由于载荷和温度的原因,有些材料并不明显体现蠕变三阶段的划分,恒定蠕变率的时间并不长,这就为蠕变分析带来了困难。虽然可以在这些蠕变方程中考虑耦合损伤的作用,但是只能用于蠕变情形,而不能很好地模拟材料在高温复杂载荷下的响应,如循环粘塑性变形^[2]。因此,需要采用统一的粘塑性本构理论进行研究。

目前大多数粘塑性本构理论只能描述稳态时(第二阶段)的蠕变,并不能建模第三阶段的蠕变^[3,4]。这需要在本构方程中考虑损伤因素。在热力学框架内,将本构变量与损伤变量看作是相互独立的两类内变量,先完成材料的本构建模,然后引入损伤来考虑蠕变和疲劳现象,因此本构参数和损伤参数是相互独立的。

在常规假设条件下(各向同性、均匀材料),本文利用 Lemaitre 应变等价原理^[5]引入损伤因子,推导了耦合损伤的 Chaboche 粘塑性本构方程,并采用 Robotnov 蠕变演化方程,使得本构方程能够描述整个蠕变阶段。作为例子,以涡轮盘材料镍基高温合金 Udimet 720 Li 单轴蠕变实验结果为基础,拟合出蠕变损伤参数,然后用于双轴 Cruciform 试件的蠕变寿命预测,分析了产生误

差的原因,并指出可能的改善途径。

1 耦合损伤的 Chaboche 粘塑性统一本构方程

在小变形范围内,总应变率可以分解为:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \tag{1}$$

其中,弹性应变率(各向同性)服从广义虎克定律:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \alpha T' \dot{\delta}_{ij} \tag{2a}$$

或者

$$\dot{\sigma}_{ij} = \delta_{ij} \lambda \dot{\epsilon}_{kk} + 2\mu(\dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}^p) \tag{2b}$$

式中: E, ν, α 分别是弹性模量、波松比、热膨胀系数; δ_{ij} 是 Kronecker 符号; λ 和 μ 为拉梅常数。

为方便起见,定义等效函数 $J(Y)$ 为:

$$J(Y) = (2/3 Y' : Y')^{1/2} \tag{3}$$

并约定在变量上面加()表示该变量的偏量。

1.1 流动法则

假设在损伤情况下,Chaboche 粘塑性本构理论中的流动势函数仍然和无损时具有相同的形式^[5]:

$$\hat{\Omega} = \frac{K}{n+1} \left[\frac{\hat{\sigma}_v}{K} \right]^{n+1} \tag{4}$$

根据 Lemaître 应变等效原理^[5],考虑损伤时的有效粘塑性过应力为:

$$\hat{\sigma}_v = J(\hat{\sigma}_{ij} - X_{ij}) - \hat{R} - k_0 \tag{5}$$

其中: K 和 n 都是与温度有关的材料参数, k_0 是与加载速率相关的初始屈服应力;有效应力为 $\hat{\sigma}_v = \sigma_{ij}/(1-D)$, D 是各向同性损伤因子; R 是各向同性硬化变量的拉应力(drag stress),表征应力空间中屈服面半径的扩大;而 X_{ij} 表示运动硬化量的背应力(back stress),代表屈服面中心的移动。二者统称为内变量,各自遵循一定的演化律。

有损时的非弹性(粘塑性)应变率为粘塑性势函数 $\hat{\Omega}$ 对应力张量 σ_{ij} 的偏微分:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \left[\frac{\hat{\sigma}_v}{K} \right]^n \frac{\hat{\sigma}_{ij} - X_{ij}}{J(\hat{\sigma}_{ij} - X_{ij})} \cdot \frac{1}{1-D} \tag{6}$$

将应变等效原理用于式(2b),就得到含损伤的广义虎克定律:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\hat{\sigma}_{ij}}{1-D} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{(\delta_{ij} \lambda \dot{\epsilon}_{kk} + 2\mu \dot{\epsilon}_{ij}^p)(1-D) + (\delta_{ij} \lambda \dot{\epsilon}_{kk} + 2\mu \dot{\epsilon}_{ij}^p) D}{(1-D)} \right] \tag{7}$$

1.2 内变量演化方程

1.2.1 运动硬化

运动硬化变量由 3 个分量组成:

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^3 X_{ij}^{(k)} \quad (8)$$

如果以累积塑性应变率来度量材料抵抗塑性变形的能力,即:

$$\hat{p} = (2/3 \hat{\epsilon}_{ij}^n \hat{\epsilon}_{ij}^n)^{1/2} \quad (9)$$

再考虑到切线模量函数^[6]和 OHNO/WANG 修正^[7,8],则每个分量都遵循相同形式的演化方程:

$$\dot{X}_{ij}^{(k)} = \frac{2}{3} c_k a_k \hat{\epsilon}_{ij}^n - c_k \Phi(\hat{p}) \left| \frac{J(X_{ij}^{(k)})}{a_k / \Phi(\hat{p})} \right|^{m_k} X_{ij}^{(k)} \hat{p} - \beta |J(X_{ij}^{(k)})|^{r_k-1} X_{ij}^{(k)} \quad (k = 1, 2, 3) \quad (10)$$

式中:

$$\hat{\Phi}(\hat{p}) = \Phi + (1 - \Phi) e^{-\hat{ap}}$$

$\Phi, \omega, a_k, c_k, m_k, \beta, r_k (k = 1, 2, 3)$ 均为与温度相关的材料参数。 (10) 式右端分别是应变硬化项,动态恢复项和稳态热恢复项。

1.2.2 各向同性硬化

内变量 R 的演化方程为:

$$\dot{R} = b(Q - |R/Q|^{m_3} R) \hat{p} \quad (11)$$

式中: b, Q 为与温度相关的材料参数。

由式(4)到(11)可以看出,当耦合损伤时,内变量演化方程保持和无损时相同的形式,其中并不显含损伤因子 D ,只是将无损时的非弹性应变率 $\hat{\epsilon}^n$ 及其累积 $\hat{p}$ 用相应的有损变量 $\hat{\epsilon}^n$ 和 $\hat{p}$ 代替即可;同时 D 并不限于蠕变损伤,可以看作是任何形式的损伤,通常情况下为疲劳损伤或者是蠕变损伤,也可以是二者的耦合。

1.3 损伤方程

金属的蠕变损伤对应晶间微裂纹成核与生长的过程,蠕变过程中的位错会导致工作硬化与恢复效应之间的相互消长。蠕变可以在一种应力作用下发生(单轴),也可以在复合应力作用下发生(多轴)。在恒载或缓慢增加的载荷下是时间的单增函数,随着温度升高而趋于明显^[9]。本文只考虑各向同性蠕变损伤,其演化律采用 Robotnov 方程^[5]:

$$\dot{D} = [\hat{J}_2/B]^r \cdot (1 - D)^{-k_1} \quad (12)$$

式中:

$$\hat{J}_2 = 3/2 \hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij}$$

$$\hat{S}_{ij} = \sigma_{ij}/(1 - D) - 1/3 \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

其中: B, r, k_1 是与温度有关的材料蠕变损伤参数。

这样,方程(6),(7),(10),(11),(12)就构成了耦合蠕变损伤的 Chaboche 粘塑性统一本构方程,其中共含有 27 个材料参数,它们分别是 24 个本构参数: $E, \nu, n, \omega, \Phi, k_0, K, Q, a_1, a_2, a_3, c_1, c_2, c_3, m_1, m_2, m_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, r_1, r_2, r_3$, 以及 3 个损伤参数 B, r, k_1 。在单轴应力状态下,上述各式很容易得到简化,此处不再赘述。

2 应用实例

以航空发动机的涡轮盘材料镍基高温合金 Udimet 720Li 为研究对象,采用文献[4]的参数确定方法得到该材料在 650℃和 700℃时的 Chaboche 粘塑性本构参数(无损形式)。在此基础上,将本文提出的耦合损伤的粘塑性本构方程用于拟合材料的蠕变实验曲线,采用文献[2]的材料蠕变损伤参数确定方法,就得到该材料在 650℃和 700℃时的蠕变损伤参数,见表 1。

表 1 Chaboche 本构方程中蠕变损伤参数

Table 1 Parameters of creep damage for Chaboche's model

$t/^\circ\text{C}$	B/MPa	r	k_0
650	1 417.4	16.3	14.5
700	1 264.3	11.0	6.4

2.1 单轴试验数值验证

采用自适应的前向 Euler 显式积分算法 SAFE^[10],将上述耦合损伤的 Chaboche 弹-粘塑性统一本构方程通过 UMAT 子程序编入 ABAQUS 有限元软件。利用表 1 和文献[4]的材料参数,对 2 个温度 4 种不同恒应力水平进行有限元计算,并与实验曲线进行对比,如图 1 和图 2

所示。同时,在 UMAT 程序中,由 650℃和 700℃下的参数插值得到了 675℃下的所有 27 个材料参数,并对 675℃的蠕变进行预测,见图 3。可以看出,数值预测与实验数据有良好的一致性,这说明利用耦合损伤的 Chaboche 弹-粘塑性统一本构模型可较好地模拟 Udimet 720Li 在高温下包括损伤迅速增长阶段的蠕变变形。

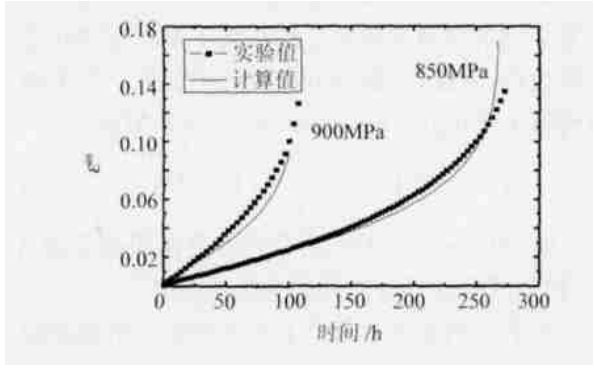


图 1 650℃时不同应力水平下的蠕变曲线
Fig.1 Simulations of creep curves at 650℃

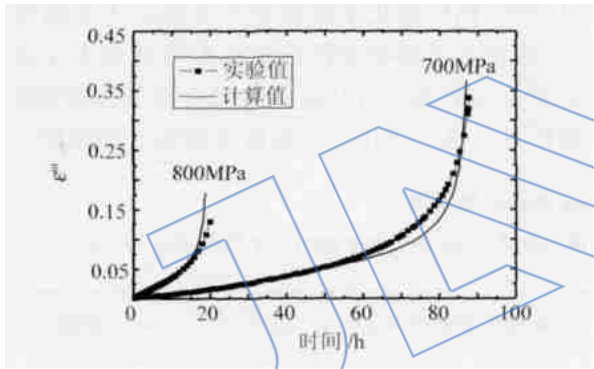


图 2 700℃时不同应力水平下的蠕变曲线
Fig.2 Simulations of creep curves at 700℃

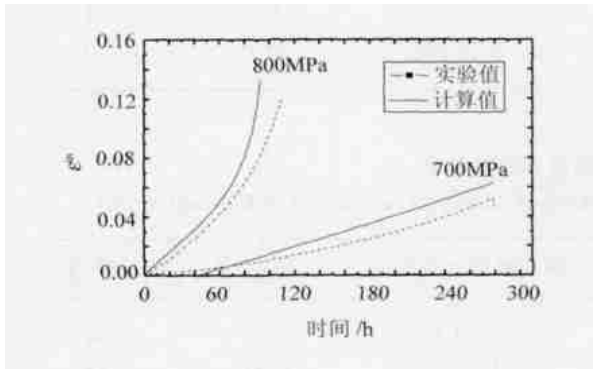


图 3 675℃时不同应力水平下的蠕变曲线
Fig.3 Simulations of creep curves at 675℃

由于在蠕变加速的第三阶段,损伤的影响较大,如不予考虑,Chaboche 模型只能描述稳态蠕变,对第三阶段的蠕变则无能为力。从图中可以

看出,耦合蠕变损伤的本构方程可以用于描述包括第三阶段的蠕变曲线。由于是在考虑了 OHNO/WANG 修正和切线模量变化的基础上进行的损伤耦合,所以并不影响对材料单调拉伸和循环特性的模拟。在疲劳蠕变交互情况下,当保载时间较长以及超过稳定循环次数以后,蠕变的效应增加时,如果再考虑到疲劳损伤,则对材料变形和破坏的预测结果会更加准确。

2.2 双轴蠕变寿命计算

在文献[2]中采用耦合损伤的时间硬化型蠕变本构方程分析了十字架试样(模拟涡轮盘应力状态)在等双轴加载时耦合损伤的蠕变情况以及损伤演化随温度和应力的变化特性。利用本文耦合损伤的统一本构模型计算的典型损伤场如图 4 所示。

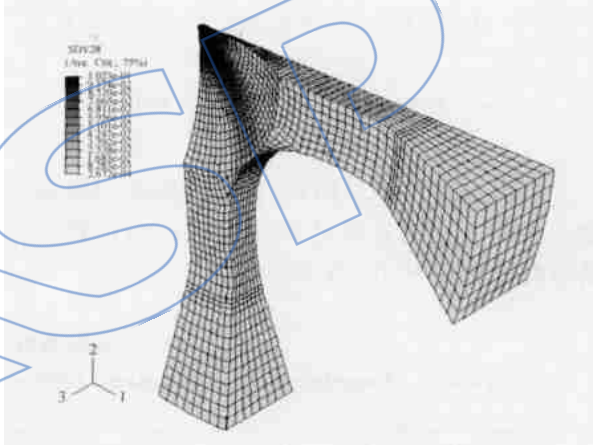


图 4 等双轴蠕变加载结束时典型的损伤场
Fig.4 The damage field at the end of bi-axial creep loading

由损伤场可以看出,在等双轴加载下,十字架中心部位的损伤最大,这与试验中蠕变起裂位置是一致的。等效应力最大的地方对应损伤最大的地方,对于采用应力来定义的损伤方程来说,这是不言而喻的。

在 1 和 2 方向施加一定大小的持久载荷,对于 3 个温度不同载荷作用下等双轴蠕变实验进行了有限元模拟,图 5 给出十字架中心最大损伤节点处非弹性应变随时间变化的典型曲线。可以看出,当本构方程中不包含损伤时,计算所得蠕变只有第二阶段,非弹性应变保持近似恒定的速率以直线形式增长,这样预测的蠕变寿命将大大高于试验结果^[4]。实际上,大多数内变量统一粘塑性本构理论都存在这样的问题^[3]。因为在这些本构理论中,内变量演化方程在不耦合损伤时,没有一个

果再考虑其他因素,如非弹性应变、非弹性应变率和非弹性功以及损伤的各向异性等因素来定义损伤并建立其演化方程,可能更合适。

3 结 论

本文的研究旨在于提供一种相对于传统蠕变分析更加准确的途径。对于涡轮盘来说,双轴蠕变实验和数值计算是为了考察某些危险部位的应力应变状态和结构在高温下的蠕变特征。

如果将塑性和粘性分开来考虑,则蠕变和塑性分析是割裂的,并不能完整地反映高温结构的变形行为。本文采用耦合损伤的统一粘塑性本构理论对此进行了探讨,并得到了有意义的结果。同时也发现 Kachanov 的损伤演化方程在描述单轴和多轴蠕变损伤时存在着矛盾。有深厚细观力学基础的损伤定义及其演化方程还需进一步研究。

致 谢

作者感谢德国 RRD 公司提供试验帮助,同时也感谢 Villwock J 博士和 Levkovitch V 博士在试验数据处理中提供的热心帮助。

参考文献:

[1] 航空发动机设计手册(第 18 分册)[M]. 北京: 航空工业出版社, 2001.
[2] 石多奇, 杨晓光. 时间硬化蠕变本构方程耦合损伤的应用研

究[J]. 航空动力学报, 2004, 19(1): 12~16.
SHI Duo-qi, YANG Xiao-guang. Application of the Time-Hardening Creep Law Coupling Damage [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(1): 12~16.
[3] Shi Duoqi, Yang Xiaoguang, Wang Yanrong. Constitutive Modeling of Hardening and Creep Response of a Nickel-based Super-Alloy Udimet 720 Li[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2003, 16(3): 187~192.
[4] 石多奇, 杨晓光, 王延荣. U dimet 720Li 高温变形特性粘塑性本构建模研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(8): 727~731.
[5] Lemaitre J, Chaboche J L. *Mechanics of Solid Materials* [M]. *Cambridge University Press, UK*, 1990.
[6] Nouailhas D. Unified Modeling of Cyclic Viscoplasticity: Application to Austenitic Stainless Steels [J]. *Int. J. Plasticity*, 1989, 5: 501~520.
[7] OHNO N, WANG J D. Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery, Part I: Formulation and Basic Features for Ratchetting Behavior [J]. *Int. J. Plasticity*, 1993, 9: 375~390.
[8] OHNO N. Constitutive Modeling of Cyclic Plasticity with Emphasis on Ratchetting [J]. *Int. J. Mech. Sci.*, 1998, 40(2 ~3): 251~261.
[9] 冯端. 金属物理学第三卷(金属力学性质) [M]. 北京: 科学出版社, 1999: 560~589.
[10] 杨晓光, 耿瑞. 粘塑性材料结构的有限元分析方法[J]. 航空动力学报, 1998, 13(4): 380~384.
YANG Xiao-guang, GENG Rui. A Finite Eelement Method for Structure of Viscoelastic Materials [J]. *Journal of Aerospace Power*, 1998, 13(4): 380~384.